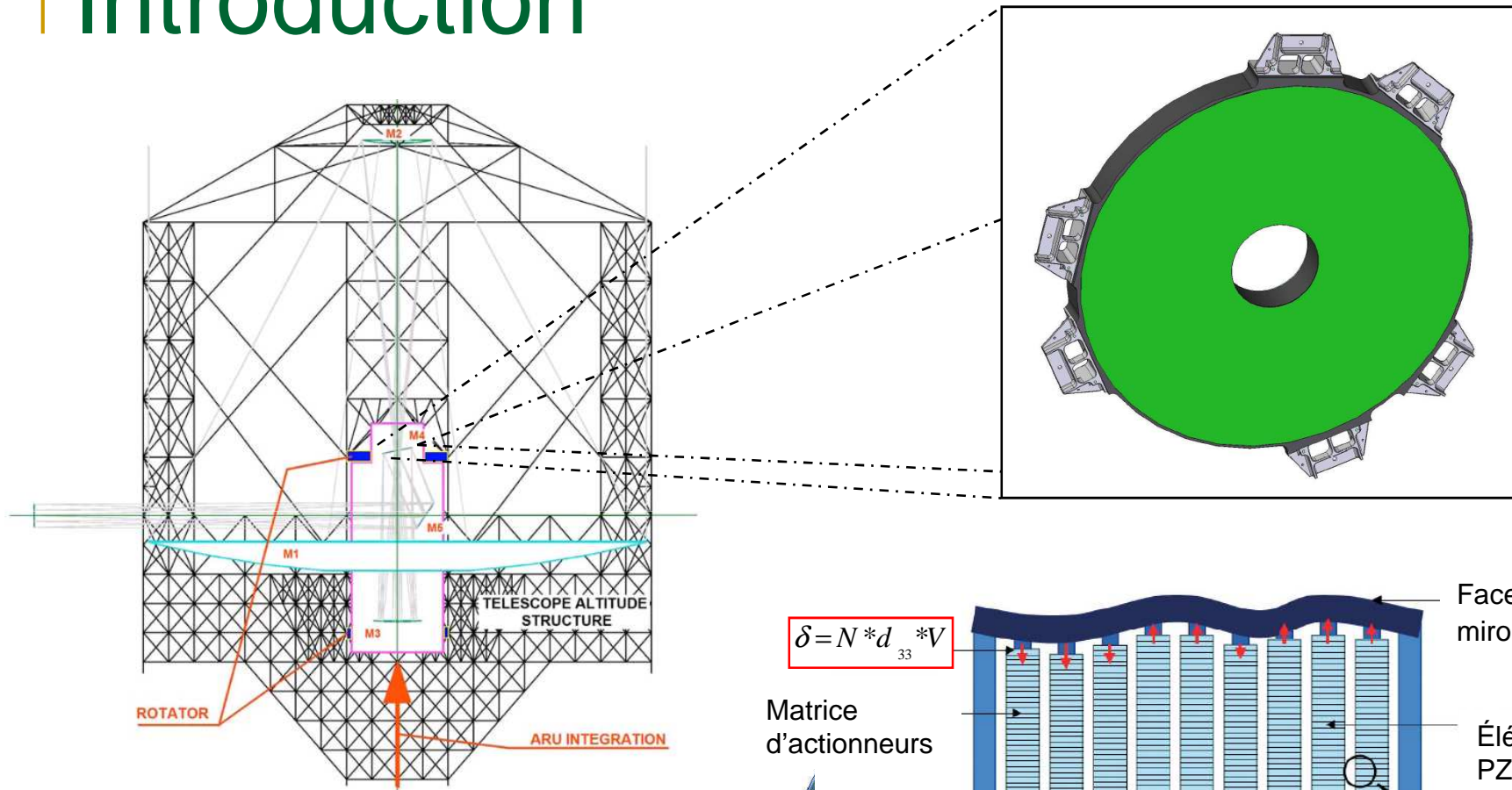


# Etude du comportement dynamique du grand miroir déformable de l'E-ELT

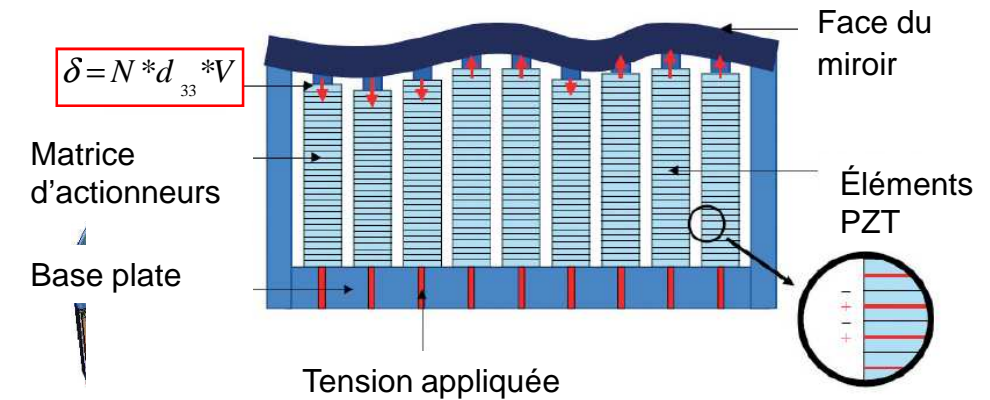


- Élaboré par : Rami GASMI (GEPI / CILAS) [rami.gasmi@obspm.fr](mailto:rami.gasmi@obspm.fr)
- Encadré par : Pascal JAGOUREL  
Jean-Laurent DOURNAUX  
Jean-Christophe SINQUIN  
Dominique LE BIHAN

# Introduction



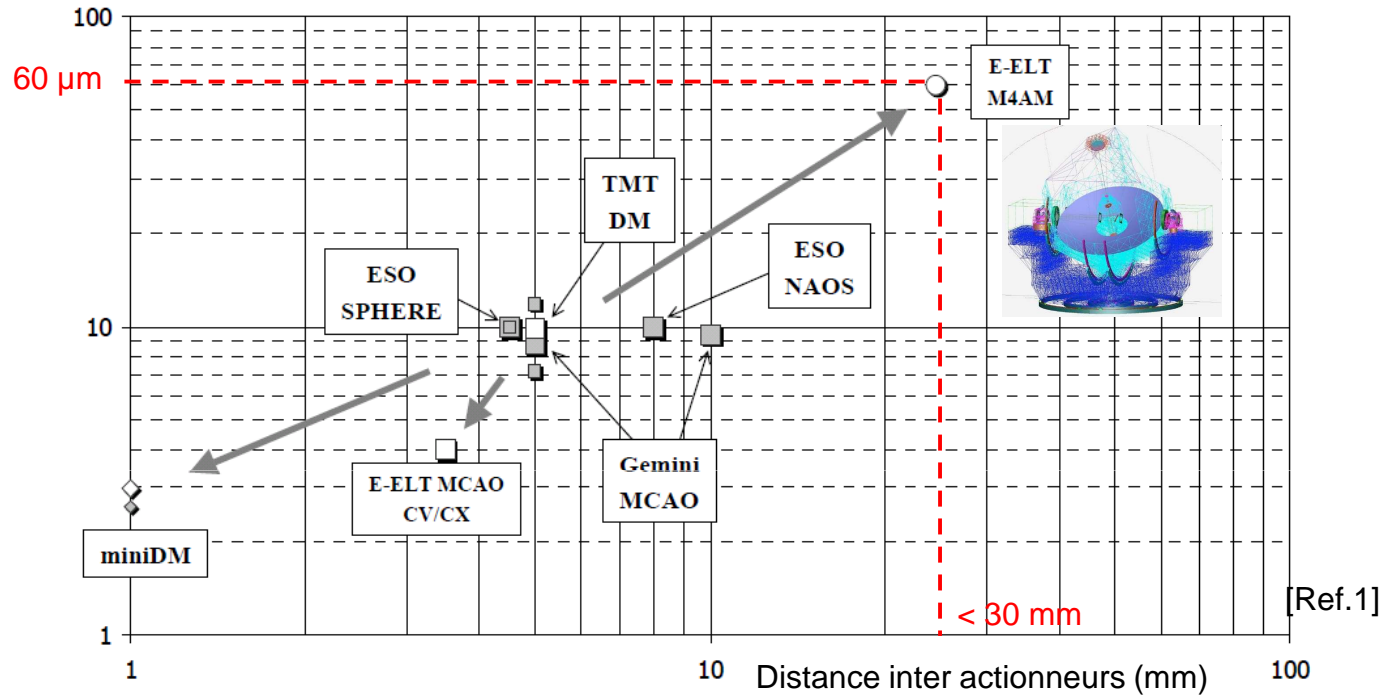
Montage du M4AM dans le train optique de l'E-ELT



Concept du M4AM basé sur la technologie SAM

# Introduction

Course maximale ( $\mu\text{m}$ )



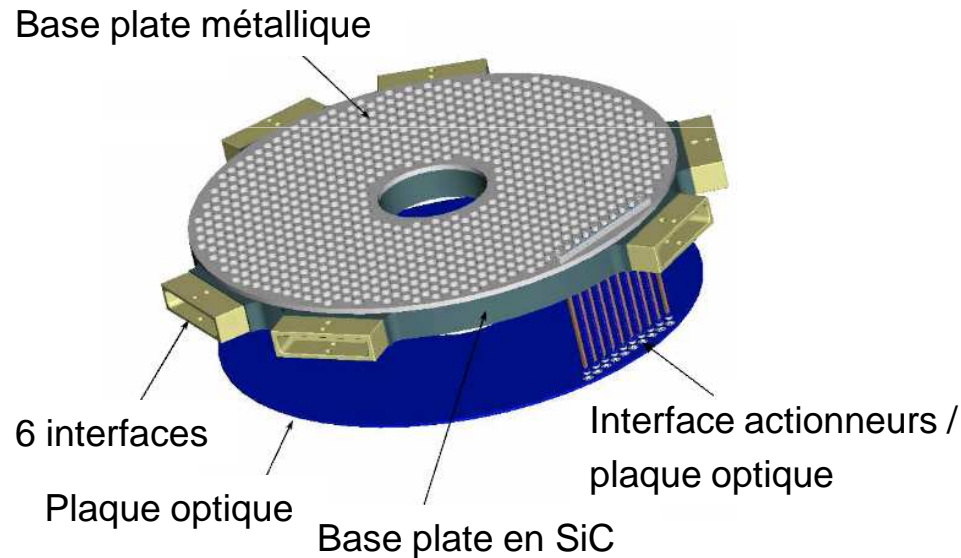
- ❑ Diamètre du miroir : 2.5m ;
- ❑ >5000 d'actionneurs ;
- ❑ Fréquence d'échantillonnage  $\rightarrow$  1200 Hz ;
- ❑ Plaque optique libre.

- Diminution de la rigidité de la structure
- Apparition de modes propres dans la plage de fonctionnement

Ref.1 Sinquin et al. SPIE Marseille juin 2008

# Prototype de 1m

- Objectif :**
- ➡ Valider les modèles par éléments finis ;
  - ➡ Valider les étapes de fabrication et d'assemblage ;



Prototype de 1m du M4AM

**Dimensionnement du prototype du M4AM tel que les 2 miroirs aient le même comportement dynamique [Ref.2];**

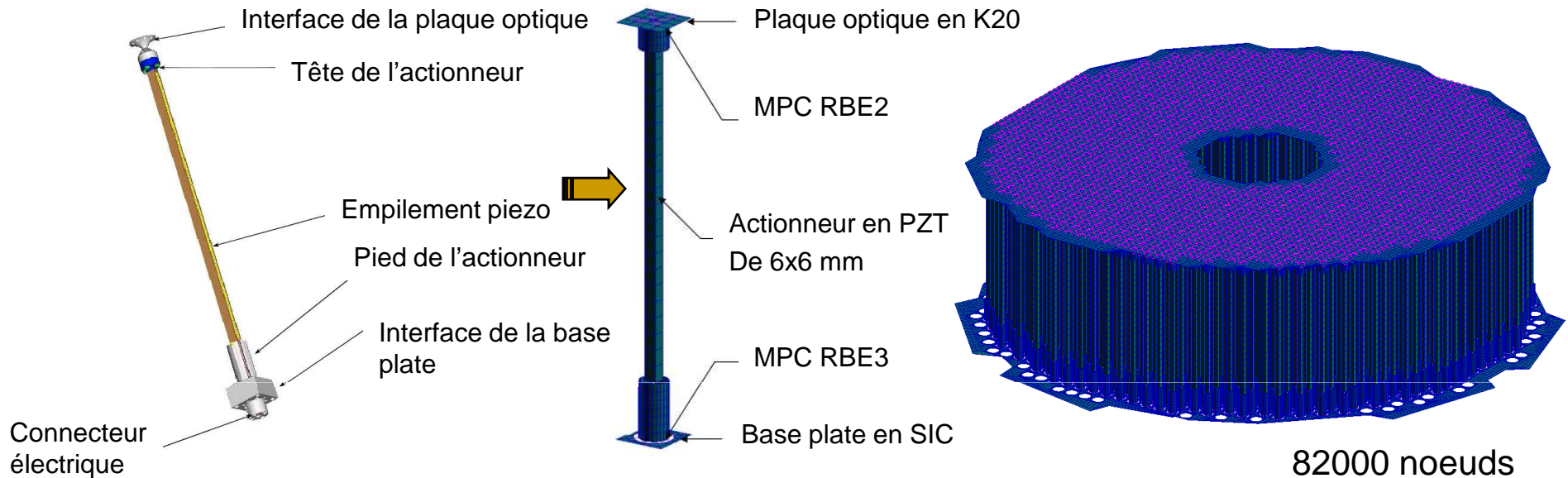
Ref.2 : R. Gasmi et al. Proc. SPIE Conference 7015 (June 2008).

---

# Plan

- **Modélisation par EF**
  - Réponse fréquentielle du miroir à une excitation de type tilt
  - Réduction du modèle EF : Modèle d'état 2D
  - Conclusions et perspectives

# Modèle éléments finis



Montage d'un actionneur

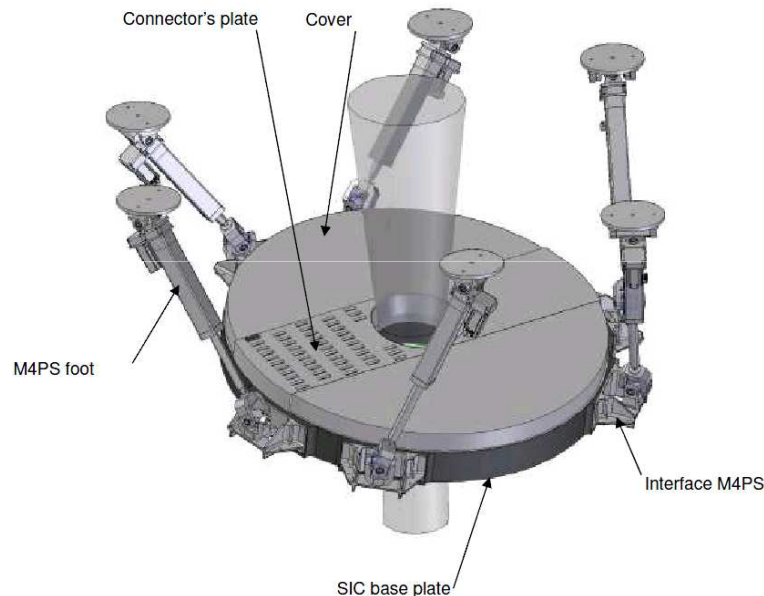
Modèle éléments finis

Modèle éléments finis élaboré sous MD.PATRAN ®

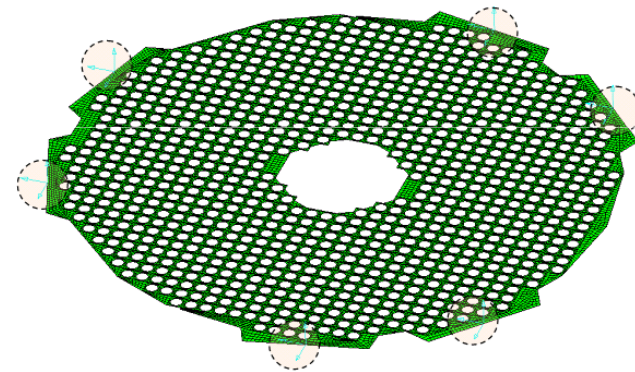
Matériau	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	E(GPa)	$\nu$
K20	2530	83	0.25
PZT	7550	60	0.29
SiC	3100	420	0.17
Invar	8125	142	0.25
Alumine	3900	340	0.23

# Conditions aux limites

Conditions aux limites proches des conditions aux limites réelles du miroir



Montage du miroir sur L'ELT par un hexapode (AMOS) pour adresser les plateformes Nasmyth.



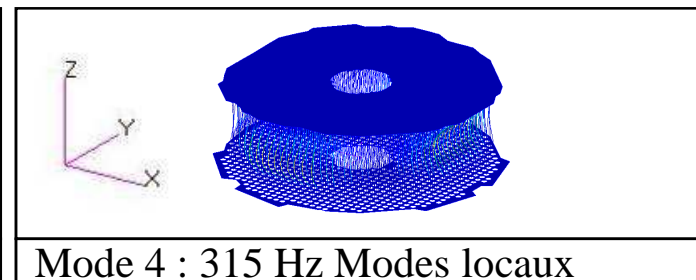
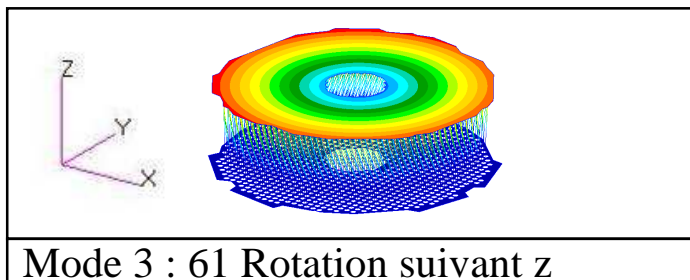
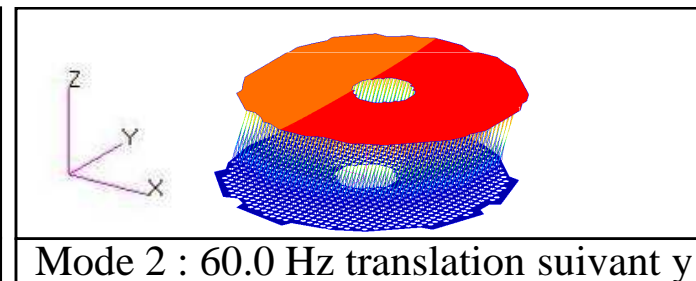
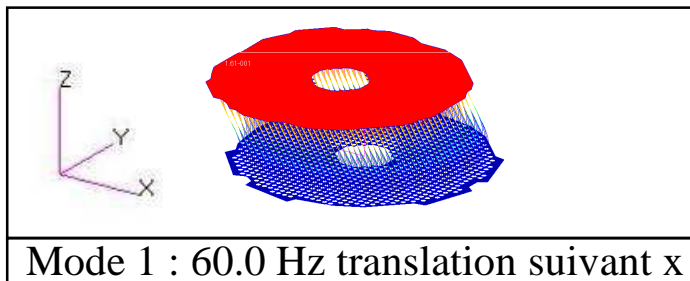
Fixation des translations de la base plate du prototype en six points

# Analyse modale

**Objectif : Déterminer les fréquences de résonance et les déformées modales**

**Méthode : Calcul des valeurs propres et des vecteurs propres du système conservatif associé sous MD.NASTRAN® :  $M \ddot{q}(t) + K q(t) = 0$**

**M : matrice de masse, K : matrice des raideurs et q : coordonnées physiques**





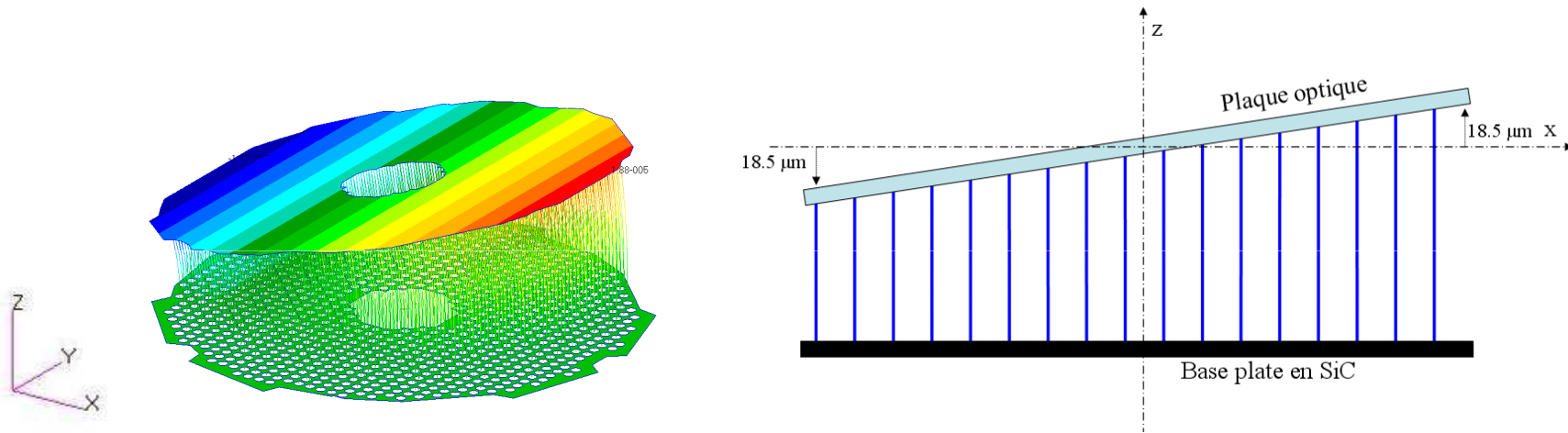
---

# Plan

- Analyse modale
- Réponse fréquentielle du miroir à une excitation de type tilt
- Réduction du modèle EF : Modèle d'état 2D
- Conclusion

# Excitation du Tilt suivant x

Commande des actionneurs de manière à obtenir de  $18.5 \mu\text{m}$  d'amplitude sous MD.NASTRAN.



Tilt suivant x

Problème : prise en compte de l'effet piezo-électrique inverse sous MD.NASTRAN !



Analogie thermique

# Analogie thermique

L'effet piézo-électrique inverse et l'effet thermique d'un actionneur unidirectionnel sont donnés par [Ref. 2] :

$$\{\xi\} = [S^E] \{\sigma\} + [d_{31} \ d_{31} \ d_{33} \ 0 \ 0 \ 0]^T \{E\} \quad \longleftrightarrow \quad \{\xi\} = [S] \{\sigma\} + [\alpha_{11} \ \alpha_{22} \ \alpha_{33} \ \alpha_{23} \ \alpha_{31} \ \alpha_{12}]^T T$$

$\psi_3$  : Tension appliquée;  $t$  : épaisseur de l'empilement piézoélectrique.

$S$  : compliance,  $E$  : champ électrique,  $\sigma$  : contraintes,

$d_{ij}$  : constantes piézo-électriques,  $\xi$  : déformation,  $T$  : température.

$\alpha_{ij}$  coefficients de dilatation thermique



$$\alpha_{11} = \frac{d_{31}}{t} ; \alpha_{22} = \frac{d_{32}}{t} ; \alpha_{33} = \frac{d_{33}}{t}$$
$$\alpha_{23} = \alpha_{31} = \alpha_{12} = 0, \quad T = \psi_3$$

Matériau 3D orthotrope

Ref.2 : R. Gasmi et al. Proc. SPIE Conference 7015 (June 2008).

# Décomposition modale

**Objectif** : déterminer les réponses fréquentielles de la structure sous une excitation donnée.

**Avantage** : réduction des degrés de liberté du modèle.

**Inconvénient** : Base modale tronquée.

La fonction de transfert  $G(w)$  d'un système régi par  $M \ddot{q}(t) + C \dot{q}(t) + K q(t) = F(t)$

$C$  : matrice d'amortissement.

Fonction de transfert  $G(w) = [-w^2 M + j w C + K]^{-1} = \sum_{i=1}^n \frac{\Phi_i \Phi_i^t}{\mu_i (w_i^2 - w^2 + 2 j \xi_i w_i w)}$

Base physique Base modale

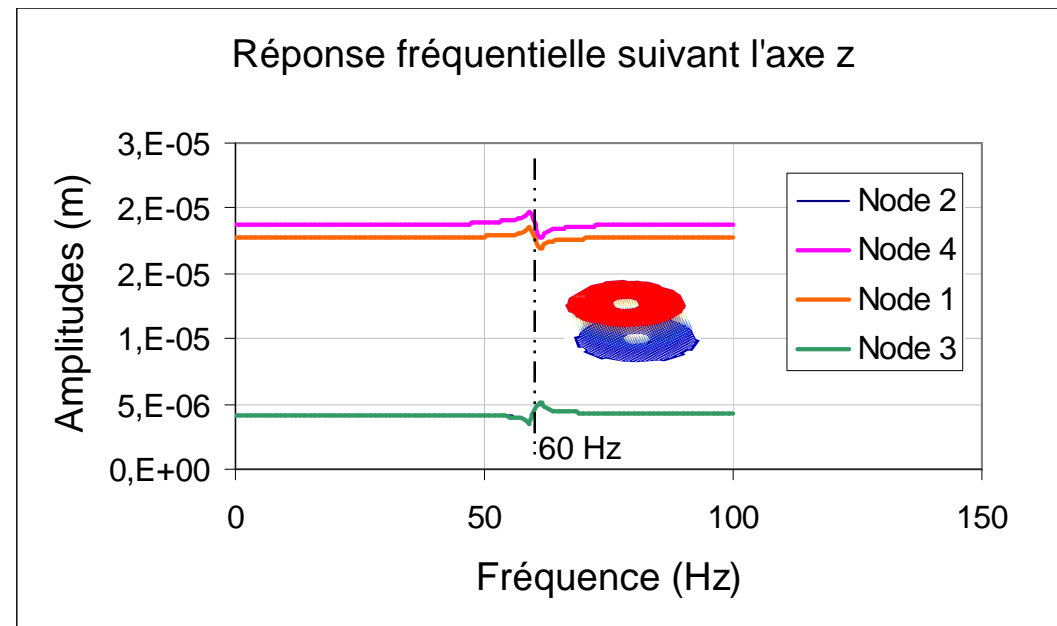
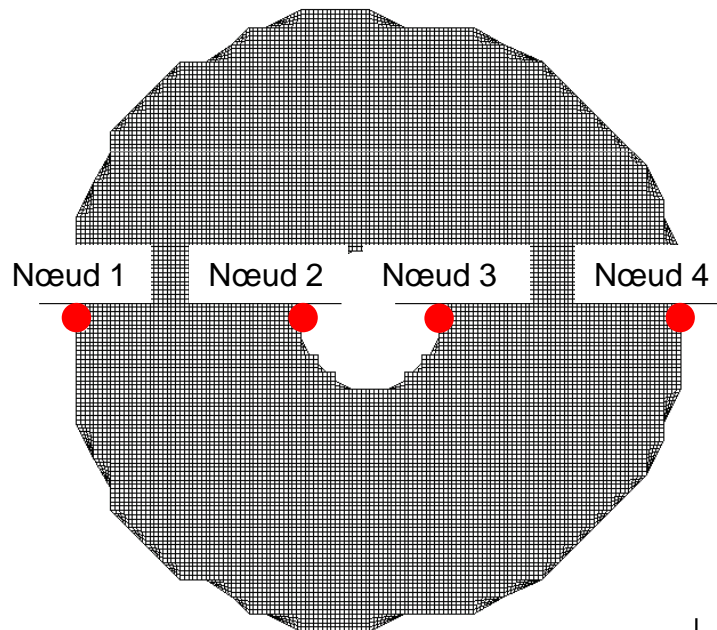
Pour  $m$  modes ( $m \ll n$ ) on suppose pour  $i > m$  que le système répond de manière statique.

→  $G(w) \approx \sum_{i=1}^m \frac{\Phi_i \Phi_i^t}{\mu_i (w_i^2 - w^2 + 2 j w_i \xi_i w)} + \sum_{i=m+1}^n \frac{\Phi_i \Phi_i^t}{\mu_i w_i^2}$  Contribution des hautes fréquences

# Réponse fréquentielle

Calcul soumis à MD.NASTRAN® :

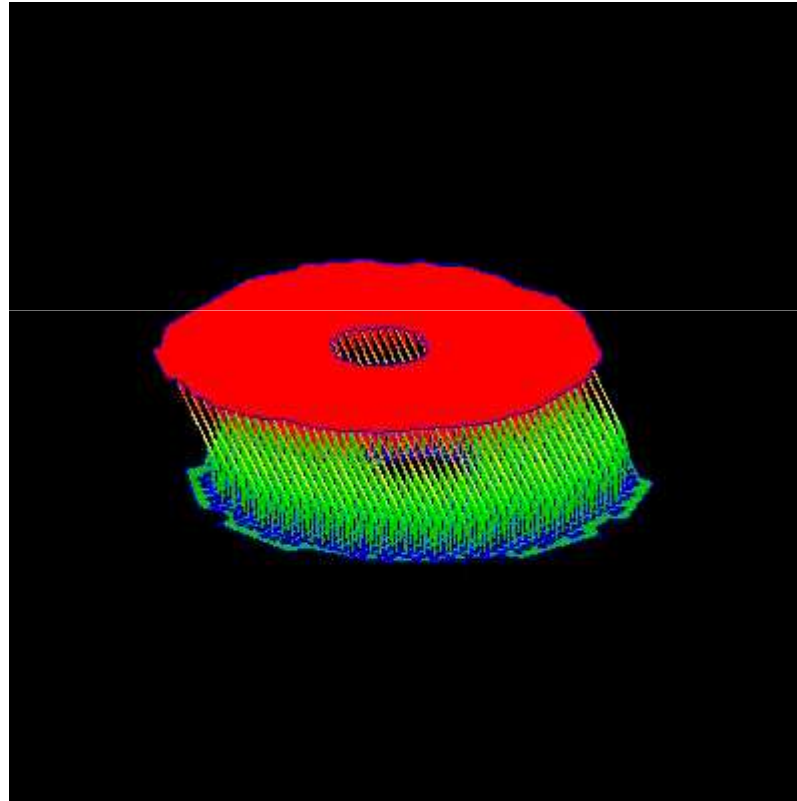
- Amortissement modal de 1% ;
- Pas de 1 Hz jusqu'à 100Hz ;
- Computation des vecteurs résiduels RESVEC = YES.



Excitation du mode translation rigide de la plaque optique suivant x

---

# Réponse fréquentielle



---

# Plan

- Modélisation par EF
- Réponse fréquentielle du miroir à une excitation de type tilt
- Réduction du modèle EF :  
Modèle d'état 2D
- Conclusion

# Modèle d'état

**Objectif : Simplification du modèle et réduction des temps de calcul ;**

**Méthode : décomposition modale de l'équation de mouvement du système**  $\ddot{\eta}_k + 2\xi_k \omega_k \dot{\eta}_k(t) + \omega_k^2 \eta_k(t) = f_k(t)$

$$\begin{cases} \dot{\chi}(t) = A \chi(t) + B u(t) \\ y(t) = C \chi(t) + D u(t) \end{cases} \text{ où } \chi(t) = \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{bmatrix} \text{ Variables d'état (coordonnées généralisées) ;}$$

$y(t)$  déplacements au droit des nœuds et  $u(t)$  efforts appliqués pour l'obtention du tilt



# Paramètres du modèle d'état

Équation d'état  $\dot{\chi}(t) = A \chi(t) + B u(t)$  où  $\chi(t) = \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \cdot \\ \eta(t) \end{bmatrix}$

A : matrice d'état

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -2\xi\Omega \end{bmatrix}$$

$\Omega = \text{diag} [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n]$  fréquences propres

$\xi = \text{diag} [\xi_1 \ \xi_2 \ \dots \ \xi_n]$  amortissements modaux

B : participation modale de l'entrée

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{11} & \Phi_{12} & \dots & \Phi_{1r} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \dots & \Phi_{2r} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \Phi_{n1} & \Phi_{n2} & \dots & \Phi_{nr} \end{bmatrix}$$

$\Phi_{nr}$  : Valeur du mode n  
au nœud r.

# Paramètres du modèle d'état

Équation de sortie  $y(t) = C \chi(t) + D u(t)$  où  $\chi(t) = \begin{bmatrix} \eta(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{bmatrix}$

C : participation modale de la sortie

$$C = \begin{bmatrix} C_d & 0 \\ 0 & C_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \dots & \Phi_{1n} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_{p1} & \Phi_{pn} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \Phi_{11} & \dots & \Phi_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \Phi_{s1} & \dots & \Phi_{sn} \end{bmatrix}$$

pour p capteurs de positions et s capteurs de vitesse

D : matrice de correction statique

$$D = 0; \quad RESVEC = No$$

Hyp : correction statique non considérée

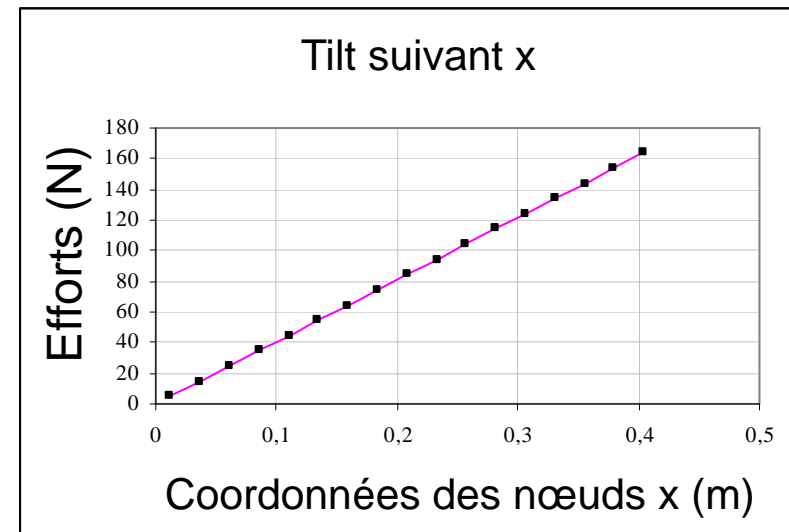
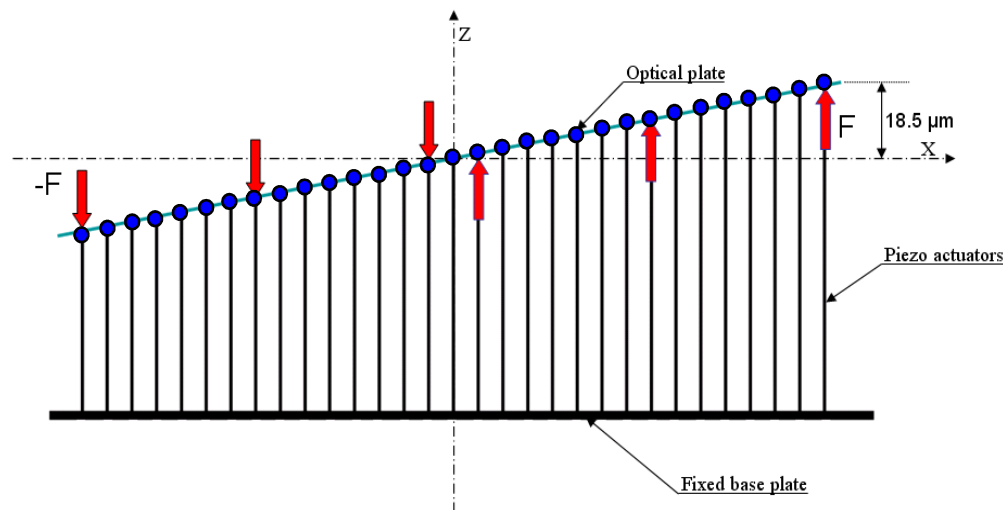
$$D = S + C \times A^{-1} \times B; \quad RESVEC = YES$$

S matrice des déformées statiques de la structure.

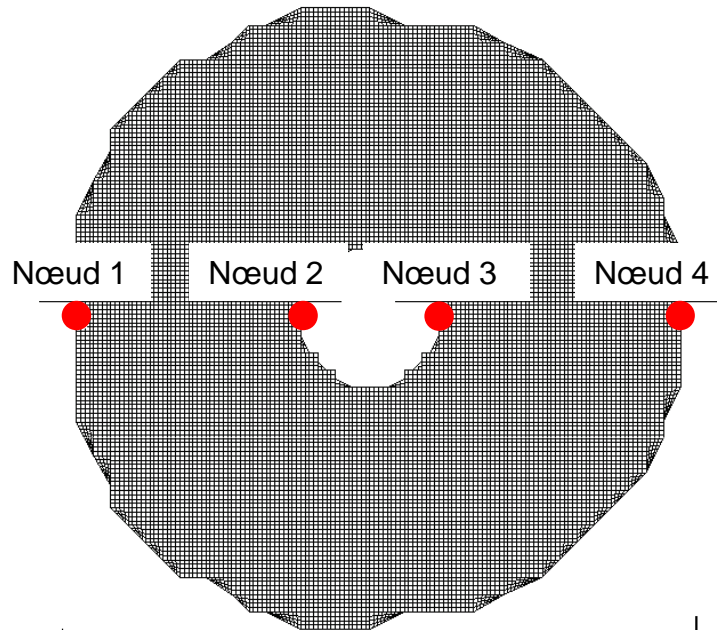
# Modèle géométrique

Modèle construit sous MATLAB®

- Application d'une effort au lieu d'une température pour l'obtention du tilt ;
- 34 nœuds modélisant les points d'application des efforts;
- Amortissement modal de 1% ;
- Plage de fréquence de 0 à 100 Hz pas de 1Hz ;
- Pas de correction statique des hautes fréquences.

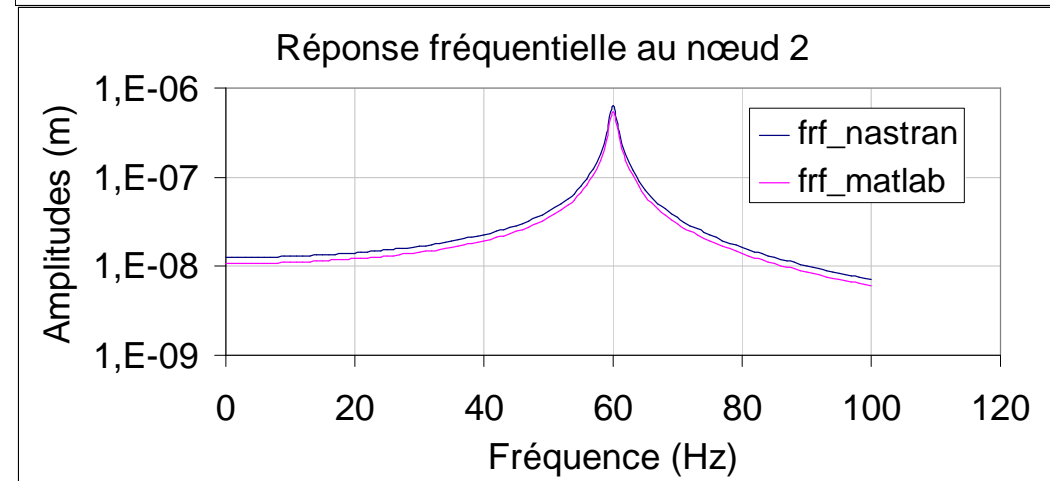
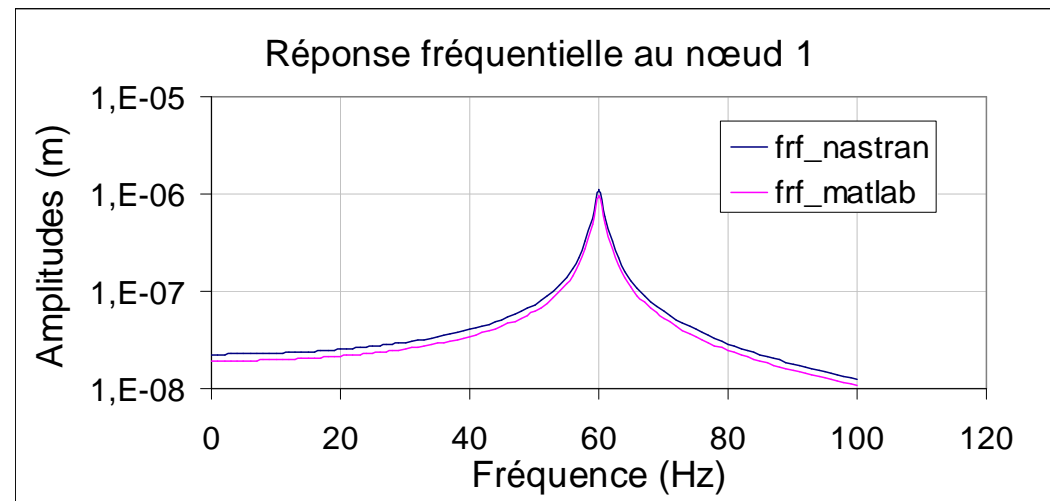


# Réponse fréquentielle



Résultats identiques pour nœuds 3 et 4

➔ Validation des résultats obtenus par approche 2D



---

# Plan

- Modélisation par EF
- Réponse fréquentielle du miroir à une excitation de type tilt
- Modèle d'état 2D
- Conclusion

---

# Conclusion

- Modélisation du prototype par éléments finis ;
- Caractérisation de son comportement dynamique ;
- Étude de la réponse du miroir à une excitation de type tilt.
  - Détermination des fonctions de transfert ;
  - Élaboration d'un modèle 2D simple permettant de modéliser le comportement dynamique du miroir ;



---

# Perspectives

- Analyse modale expérimentale du prototype pour valider les modèles éléments finis ;
- Étude de la réponse fréquentielle du miroir à différents types d'excitations (Astigmatisme, défocus...) ;
- Intégration de la fonction de transfert du miroir dans la boucle de contrôle de l'optique adaptative ;

